

SYLABUS PRZEDMIOTU W SZKOLE DOKTORSKIEJ

Tytuł	Matematyka
Tytuł w jęz. ang.	Mathematics

Status przedmiotu	obowiązkowy dla:
	do wyboru dla:

Autor/autorzy sylabusa:	Zespół :	koordynator:
	1.	członek zespołu:
		członek zespołu:

Sygnatura przedmiotu:

Część A

1. Syntetyczna charakterystyka przedmiotu (główne hasła – około 400 znaków):

Wykład przedstawia kurs matematyki, który zawiera najczęściej wykorzystywane element matematyki w teorii ekonomii. Podstawowymi częściami wykładu są algebra liniowa, analiza matematyczna 1 i analiza matematyczna 2 razem z elementami teorii miary i całki. Te podstawowe element są uzupełnione o dodatkowe wybrane tematy związane z topologią, analizą zespoloną, analizą funkcjonalną i odwzorowaniami wielowartościowymi.

Słowa kluczowe (3 – 6 słów):

algebra liniowa, analiza matematyczna, teoria miary i całki, analiza funkcjonalna, odwzorowania wielowartościowe

Część B

Przedmiotowe efekty uczenia się

Powiązanie z efektami uczenia się dla SzD

Wiedza (liczba efektów od 2 do 5)

W_1	światowy dorobek, obejmujący podstawy teoretyczne oraz zagadnienia ogólne związaną z dyscyplinami nauk społecznych, w których odbywa się kształcenie w szkole doktorskie	P8S_WG P8S_WK
-----	--	------------------

W_2	światowy dorobek obejmujący wybrane zagadnienia szczegółowe, właściwe dla dyscypliny w której przygotowana jest rozprawa doktorska w stopniu umożliwiającym rewizję istniejących paradygmatów	P8S_WG
Umiejętności (liczba efektów od 2 do 5)		
U_1	wykorzystywać wiedzę z różnych dziedzin nauki do twórczego identyfikowania, formułowania i innowacyjnego rozwiązywania złożonych problemów lub wykonywania zadań badawczych	P8S_UW
U_2	dokonywać krytycznej analizy i oceny wyników badań naukowych, działalności eksperckiej i innych prac twórczych oraz ich wkładu w rozwój wiedzy w obszarze prowadzonych badań	P8S_UW
Kompetencje społeczne (liczba efektów od 1 do 3)		
K_1	krytycznej oceny dorobku naukowego i działalności eksperckiej w ramach dyscypliny naukowej w której przygotowana jest rozprawa doktorska	P8S_KK
K_2	uznawania znaczenia wiedzy w rozwiązywaniu problemów poznawczych i praktycznych	P8S_KK

Część C

Semestralny plan zajęć:

1. Algebra. Grupy. Przykłady: grupa permutacji, grupa odwzorowań liniowych. Orbity, punkty stałe, stabilizatory. Podstawowe własności. Ciała. Definicja. Przykłady: ciało liczb rzeczywistych, zespolonych.
2. Analiza zespolona I. Ciało liczb zespolonych (postać liczby zespolonej, sprzężenie, liczba przeciwna i odwrotna). Podstawowe operacje. Moduł i argument liczby zespolonej. Współrzędne biegunowe i interpretacja geometryczna. Funkcje zespolone zmiennej rzeczywistej. Krzywe Jordana i kontury. Funkcje zespolone zmiennej zespolonej (funkcja potęgowa i pierwiastki, funkcja wykładnicza i logarytm, funkcje trygonometryczne, wielomiany).
3. Algebra liniowa I. Przestrzenie liniowe, podrzestrzenie. Kombinacja liniowa i linowa niezależność wektorów. Baza i wymiar przestrzeni liniowej.
4. Macierze I. Macierze i algebra macierzy. Rząd, macierz odwrotna, operacje elementarne, wyznacznik.
5. Algebra liniowa II. Odwzorowania liniowe. Macierz odwzorowania liniowego. Rząd i jądro

odwzorowania liniowego. Odwzorowania nieosobliwe. Przestrzenie niezmiennicze.

6. Analiza funkcjonalna I. Przestrzenie unormowane. Przestrzenie Banacha. Ciągi Cauchy'ego i przestrzenie zupełne. Operatory i funkcjonały liniowe w przestrzeniach unormowanych. Nierówność Holdera. Operatory ciągły i ograniczone. Norma operatora liniowego. Przestrzenie unormowane operatorów liniowych.

7. Spektrum odwzorowania liniowego. Wartości własne. Wartości własne i norma operatora liniowego. Spektrum i rezolwenta operatora liniowego.

8. Macierze II. Wartości własne, wielomian charakterystyczny. Przestrzenie niezmiennicze. Suma prosta przestrzeni liniowych. Dekompozycja Jordana.

9. Analiza funkcjonalna II. Iloczy skalarny. Przestrzenie unitarne. Przestrzenie Hilberta. Elementy prostopadłe i przestrzenie ośrodkowe. Szeregi Fouriera i twierdzenie Riesz-Fishera. Ortonormalizacja Gramma-Schmidta.

10. Topologia. Przestrzeń topologiczna. Przestrzeń metryczna. Metryzowalne przestrzenie topologiczne. Spójność. Przestrzeń Hausdorffa. Zwartość.

11. Analiza matematyczna I. Ciągi i podstawowe własności. Szeregi i podstawowe własności. Szeregi potęgowe. Funkcje. Granice, ciągłość, homomorfizm. Pochodna. Twierdzenie o wartości średniej, twierdzenie Taylora. Całka Riemanna i Riemanna-Stieltjesa, wybrane własności. Delta Diraca. Obliczanie całek.

12. Analiza zespolona II. Pochodna funkcji zespolonej zmiennej rzeczywistej. Pochodna funkcji zespolonej. Całki z funkcji zespolonej zmiennej rzeczywistej. Całki po konturach.

13. Analiza matematyczna II. Rachunek różniczkowy pierwszego rzędu funkcji i odwzorowań. Warunki optymalności pierwszego rzędu. Twierdzenie o wartości średniej. Odwzorowania odwrotne. Dyfeomorfizm. Rozmaitości różniczkowalne i przestrzeń styczna. Warunki optymalności pierwszego rzędu na rozmaitościach. Rachunek różniczkowy wyższego rzędu.

14. Teoria miary I. Sigma-algebry. Przestrzenie mierzalne. Odwzorowania mierzalne. Funkcje proste. Miara. Miara zewnętrzna i twierdzenie Caratheodory'ego. Miara. Miara Lebesgue'a.

15. Teoria całki I. Całki z funkcji nieujemnych i dowolnych. Wybrane własności. Twierdzenia graniczne.

16. Teoria miary II. Skończone, przeliczalne i dowolne produkty przestrzeni mierzalnych. Twierdzenie Kołmogorowa.

17. Całka Lebesgue'a. Twierdzenie o wartości średniej. Twierdzenie Fubini'ego. Podstawienia.

18. Teoria miary III. Praca z miarami. Typy miar: miary absolutnie ciągłe i osobliwe.

19. Odwzorowania wielowartościowe. Pojęcie, dolna i górna semi-ciągłość. Twierdzenie o maximum, selektory i twierdzenie Michaela, twierdzenie Kuratowskiego-Rylla-Nardzewskiego.

Literatura podstawowa (jeśli wybrane fragmenty publikacji zwartych, to wskazane podanie rozdziałów, ew. stron):

1. J. Kłopotowski, Algebra liniowa, Szkoła Główna Handlowa w Warszawie, 2001
2. W. Rudin, Podstawy analizy matematycznej, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1982
3. A. Birkholc, Analiza matematyczna. Funkcje wielu zmiennych. Wydawnictwo Naukowe PWN, 2018
4. J. Chądzyński, Wstęp do analizy zespolonej, Wydawnictwo Naukowe PWN, 1999

Literatura uzupełniająca (jeśli wybrane fragmenty publikacji zwartych, to wskazane podanie rozdziałów, ew. stron):

1. P. Billingsley, Probability and Measure, John Wiley & Sons, 1995

Część D	
Forma zajęć:	Wymiar zajęć w godz.:
Ogółem godzin <i>w tym:</i>	60
wykład	60
Elementy oceny końcowej (ogółem 100%), w tym:	
egzamin	100%
Liczba punktów ECTS	7

Część E
Metody dydaktyczne (nauczania) stosowane przez prowadzącego
M.1. wykład tradycyjny M.2. wykład z wykorzystaniem technik multimedialnych

Część F
Metody weryfikacji (sprawdziany) osiągnięcia przedmiotowych efektów kształcenia
W.1. egzamin pisemny (<i>pytania otwarte, zadania</i>) W.2. egzamin ustny